## CLASA A VII-A
## SUBIECTE

### SUBIECTUL 1.

**1.** Numerele reale $a$, $b$ şi $c$ verifică relaţiile: $\frac{2}{a+b}=\frac{3}{a+c}=\frac{13}{b+c}$.

**a)** $(5\,p)$ Demonstraţi că dacă $a\cdot b\cdot c>0$, atunci $a+b+c<0$.

**b)** $(5\,p)$ Dacă în plus avem că $a\cdot b+a\cdot c+b\cdot c=-1000$, calculaţi $\left(|a+b+c|-90\right)^{2015}$.

**2.** Se consideră numărul real $a=2015-\frac{1+2+3+...+2013}{\sqrt{1+3+5+...+2013}}$.

**a)** $(5\,p)$ Demonstraţi că $a\in\mathbb{N}$.

**b)** $(5\,p)$ Aflaţi restul împărţirii numărului $S=a^0+a^1+a^2+...+a^{2015}$ la numărul 31.

### SUBIECTUL 2.

**1.** $(10\,p)$ Demonstraţi că ecuaţia $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{1007}}+\frac{1}{\sqrt{2014-x}+\sqrt{1007}}=\frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{2014-x}}$ are $2015$ soluţii în mulţimea numerelor întregi.

**2.** **a)** $(5\,p)$ Demonstraţi că media geometrică a două numere reale pozitive este mai mică decât media aritmetică a acestora.

**b)** $(5\,p)$ Arătaţi că $\frac{\sqrt{30}}{11}+\frac{\sqrt{56}}{15}+\frac{\sqrt{72}}{17}+\frac{\sqrt{90}}{19}+\frac{\sqrt{110}}{21}+\frac{\sqrt{132}}{23}<3$.

### SUBIECTUL 3.

**1.** Se consideră triunghiul $ABC$ cu $m(\measuredangle A)=50^\circ, m(\measuredangle C)=60^\circ$. Se construieşte punctul $D\in BC$ astfel încât $\measuredangle CAD\equiv\measuredangle BCA$. Pe prelungirea lui $AD$ se ia un punct $E$ astfel încât $EB=BD$ şi $F\in(AD)$ astfel încât $BF=BD$.

**a)** $(5\,p)$ Arătaţi că $BE\perp AC$.

**b)** $(5\,p)$ Arătaţi că $A,F,B,C$ sunt vârfurile unui trapez isoscel.

**2.** În trapezul $ABCD$ de baze $AD, BC$ avem $BC=2AD$, punctul $M$ mijlocul lui $BC$ şi $N$ mijlocul lui $AD$. Notăm $\{P\}=AM\cap BN$ şi $\{Q\}=NC\cap MD$. Arătaţi că:

**a)** $(5\,p)$ $PQ\parallel BC$

**b)** $(5\,p)$ $PQ=\frac{2}{3}AD$.

**NOTĂ:**
- *Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- *Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine doreşte.*